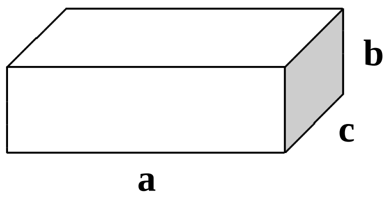
ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE	KATEDRA FYZIKY				
LABORATORNÍ CVIČENÍ Z FYZIKY					
Jméno	**Lukáš ČEŘOVSKÝ**			Datum měření	**28.2.2002**
Stud. rok	**2001/2002**	Ročník	**1**	Datum odevzdání	**28.2.2002**
Stud. skupina	**01**	Lab. skupina	**3**	Klasifikace	
Číslo úlohy	**0**	Název úlohy	Měření objemu tuhých těles přímou metodou		

Měření objemu tuhých těles přímou metodou

Úkol měření
Cílem měření je zjištění objemu daného tělesa, stanovení pravděpodobné chyby měření jednotlivých rozměrů a pravděpodobné chyby měření objemu.

Obecná část
Ke zjištění objemu tělesa existuje mnoho metod. Objem homogenního tělesa lze vyjádřit jako součin jeho hustoty a jeho hmotnosti, nebo je možné změřit rozdíl objemu kapaliny před a po ponoření tělesa. V případě kvádru bude nejjednodušší změřit rozměry jeho navzájem kolmých hran a objem vypočítat jako jejich součin:



$$V = a \cdot b \cdot c \;\; [x^3]$$

Objem vychází v krychlových jednotkách délky (x ve vzorci zastupuje použitou jednotku délky - např. m^3).

Chyby měření:
Při měření fyzikálních veličin nelze dosáhnout absolutní přesnosti, neboť měření je ovlivněno celou řadou chyb. Chyby se dělí na systematické, náhodné a hrubé. Některé se dají korigovat, některé se zmenšují různými statistickými metodami.

Vyhodnocení měření:
Pokud je možné měření opakovat, provádí se více měření a jako nejpravděpodobnější hodnota výsledku se používá aritmetický průměr, kde x_i je hodnota i-tého měření a n je počet měření:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i$$

Čím více měření je provedeno, tím přesnější bude výsledek. Nyní je možné vypočítat odchylky i-tého měření jako rozdíl průměrné a naměřené hodnoty:

$$\Delta x_i = x_i - \bar{x}$$

Hodnota, pro kterou platí 50% pravděpodobnost, že chyba jednoho měření je v rozsahu mezi touto zápornou a kladnou hodnotou ($-\vartheta;\vartheta$) se nazývá pravděpodobná chyba ϑ; *pravděpodobná chyba aritmetického průměru* $\bar{J}$ hodnoty x je definována:

$$\bar{J}(\bar{x}) = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \sum_{i=1}^{n} (\Delta x_i)^2}$$

S použitím vzorce pro objem, potom pravděpodobná chyba aritmetického průměru objemu je:

$$\bar{J}(\bar{V}) = \sqrt{(\bar{b} \cdot \bar{c})^2 \cdot \bar{J}^2(\bar{a}) + (\bar{a} \cdot \bar{c})^2 \cdot \bar{J}^2(\bar{b}) + (\bar{a} \cdot \bar{b})^2 \cdot \bar{J}^2(\bar{c})}$$

Postup měření

Ke snížení nepřesnosti je měření stran tělesa provedeno desetkrát, v deseti různých místech na jeho povrchu. Naměřené hodnoty jsou vyneseny do tabulky, kde každý řádek představuje jedno měření a každý sloupec jeden rozměr. K měření je použito posuvné měřítko.

Seznam použitých přístrojů a pomůcek

měřicí nástroj: posuvné měřítko
měřený předmět: ocelový kvádřík č. 30

Tabulky naměřených hodnot a zpracovaných výsledků

č. měření	**a** [mm]	Δ**a** [mm]	**b** [mm]	Δ**b** [mm]	**c** [mm]	Δ**c** [mm]
1	38,85	0,08	19,25	0,045	20	0,045
2	38,8	0,03	19,3	0,095	19,95	-0,005
3	38,7	-0,07	19	-0,205	19,9	-0,055
4	38,65	-0,12	19,1	-0,105	20	0,045
5	38,9	0,13	19,3	0,095	19,95	-0,005
6	38,85	0,08	19,25	0,045	19,9	-0,055
7	38,7	-0,07	19,25	0,045	19,95	-0,005
8	38,5	-0,27	19,1	-0,105	19,95	-0,005
9	38,9	0,13	19,2	-0,005	20	0,045
10	38,85	0,08	19,3	0,095	19,95	-0,005
$\overline{x}$	**38,77**		**19,205**		**19,955**	
$\overline{J}$		**0,027307**		**0,021915**		**0,007778**

Příklad výpočtu:

Ze všech deseti naměřených hodnot je pro každý rozměr vypočítán aritmetický průměr:

$$\overline{a} = \frac{38{,}85 + 38{,}8 + 38{,}7 + 38{,}65 + 38{,}9 + 38{,}85 + 38{,}7 + 38{,}5 + 38{,}9 + 38{,}85}{10} = 38{,}77\ mm$$

K výpočtu objemu jsou do vzorce dosazeny průměrné hodnoty jednotlivých rozměrů:

$$V = \overline{a} \cdot \overline{b} \cdot \overline{c} = 38{,}77 \cdot 19{,}205 \cdot 19{,}955 = 14858\ mm^3$$

S použitím aritmetických průměrů je pro všechny naměřené hodnoty vypočítána odchylka od aritmetického průměru Δ**x**:

$$\Delta a_7 = a_7 - \overline{a} = 38{,}7 - 38{,}77 = -0{,}07\ mm$$

Potom je z jednotlivých odchylek vypočtena pravděpodobná chyba ϑ(x):

$$\overline{J}\left(\overline{a}\right) = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{\frac{1}{10 \cdot (10-1)} \cdot \sum_{i=1}^{10} (\Delta x_i)^2} = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{\frac{1}{90} \cdot 0{,}1395} = 0{,}02731\ mm$$

Nakonec je stanovena pravděpodobná chyba objemu hranolu:

$$\overline{J}\left(\overline{V}\right) = \sqrt{(19{,}205 \cdot 19{,}955)^2 \cdot 0{,}027^2 + (88{,}77 \cdot 19{,}955)^2 \cdot 0{,}022^2 + (38{,}77 \cdot 19{,}205)^2 \cdot 0{,}008^2} =$$
$$= \sqrt{109{,}518 + 287{,}448 + 33{,}537} = \sqrt{430{,}503} = 20{,}75\ mm$$

Zhodnocení výsledku měření

Výsledek:

Měřením a výpočtem bylo zjištěno, že objem tělesa je **(14,86 ± 0,02) cm^3**.
Během výpočtu, není prováděno zaokrouhlování mezivýsledků. Zaokrouhlen a upraven je teprve celkový výsledek, uvedený zde v sekci „výsledek“. Objem vychází rozumně, pro přehlednost výsledné cifry byla zvolena jednotka kubický centimetr. Pro objem se nejčastěji používá jednotka *litr* čili *dm*^{3} nebo *m*^{3} případně *mm*^{3}. Větší jednotky než m^3 se používají méně často.

Kontrolní otázky:

Odvození výrazu pro relativní pravděpodobnou chybu měření

Relativní chyba měření je dána poměrem absolutní chyby vůči měřené veličině. Pro pravděpodobnou chybu měření objemu, vyjádřenou pomocí relativních chyb jednotlivých rozměrů platí:

$$\frac{\overline{J}\left(\overline{V}\right)}{\overline{V}} = \frac{\sqrt{\left(\overline{b}\cdot\overline{c}\right)^2 \cdot \overline{J}^2\left(\overline{a}\right) + \left(\overline{a}\cdot\overline{c}\right)^2 \cdot \overline{J}^2\left(\overline{b}\right) + \left(\overline{a}\cdot\overline{b}\right)^2 \cdot \overline{J}^2\left(\overline{c}\right)}}{\overline{a}\cdot\overline{b}\cdot\overline{c}} = \sqrt{\frac{\left(\overline{b}\cdot\overline{c}\right)^2 \cdot \overline{J}^2\left(\overline{a}\right) + \left(\overline{a}\cdot\overline{c}\right)^2 \cdot \overline{J}^2\left(\overline{b}\right) + \left(\overline{a}\cdot\overline{b}\right)^2 \cdot \overline{J}^2\left(\overline{c}\right)}{\overline{a}^2 \cdot \overline{b}^2 \cdot \overline{c}^2}}$$

Závislost přesnosti měření na počtu opakování měření téže veličiny

Přesnost měření nezávisí pouze na počtu opakování měření, neboť na měření působí také náhodné chyby. Pravdou však zůstává, že velkým počtem opakování měření lze naměřené hodnoty značně zpřesnit.

Dosažení libovolné přesnosti měřené veličiny

Z předchozího tvrzení vyplývá, že libovolné přesnosti dosáhnout nelze. Pokud není známa skutečná hodnota, nelze ani přesně stanovit skutečnou přesnost měření. V případě, že by bylo možné dosáhnout libovolné přesnosti, jistě by potom bylo možné dosáhnout absolutně přesné hodnoty, což vzhledem k mnoha drobným chybám nelze.

Definice odhadu kvadratické chyby z jednoho měření

Odhad kvadratické chyby jednoho měření je definován jako součet kvadrátů chyb všech měření vztažený k počtu měření, přičemž celý tento zlomek je pod odmocninou, takže vzhledem k definici chyby měření jako rozdílu správné a změřené hodnoty, vychází rozměrově v měřených jednotkách:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n} e_k^2}{n}}$$

Definice krajní chyby výsledku

Zatímco při fyzikálních měřeních se obvykle určuje pravděpodobná chyba, v technické praxi se používá krajní chyba výsledku κ, definovaná:

$$k = 3 \cdot s$$

Součinitel 3 platí pro velké soubory naměřených dat, pro menší soubory se konstanta nahrazuje tzv. kvantilem Studentova rozdělení, stanoveným podle počtu měření a žádané pravděpodobnosti nepřekročení chyby.