ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE	KATEDRA FYZIKY			
LABORATORNÍ CVIČENÍ Z FYZIKY				
Jméno	**Lukáš ČEŘOVSKÝ**		Datum měření	**28.3.2002**
Stud. rok **2001/2002**	Ročník **1**		Datum odevzdání	**11.4.2002**
Stud. skupina **01**	Lab. skupina **3**		Klasifikace	
Číslo úlohy **4a**	Název úlohy: Stanovení teplotního součinitele odporu kovů			

Stanovení teplotního součinitele odporu kovů

Úkol měření

Změřte teplotní součinitel odporu mědi v rozmezí teplot 20-80 °C. Změřte teplotní součinitel odporu platiny v rozmezí teplot 20-80 °C. Vyneste graf závislosti odporu *R* na teplotě *t* pro oba materiály. Stanovte chybu měření pro teplotní součinitele odporu kovů.

Obecná část

Elektronová vodivost kovů:

Při sestavení kovové mřížky z volných atomů dojde k tomu, že některé elektrony se neúčastní elektronové vazby a mohou se v mřížce volně pohybovat. Když na elektron působí elektrické pole E, je hnán silou ke kladnému potenciálu a začne se pohybovat. Tento pohyb se nazývá elektrický proud. Jak se elektron v mřížce pohybuje, dochází ke srážkám s jednotlivými atomy. Při srážce předá elektron atomu část své energie a protože pole působí dále znovu se začne pohybovat. Další překážkou pro elektron jsou nečistoty v krystalové mřížce, nebo různé její defekty. Se zvyšující se teplotou se zvětšuje amplituda kmitání atomu a tím se zvyšuje počet srážek. Elektrony tak vydávají více energie atomům kovu a kov se zahřívá. Rychlost elektronu je dána vztahem:

$$\vec{v}_s = -\frac{\Delta \vec{P}_s}{n_v \cdot m^*} = -\frac{et}{m^*} \cdot \vec{E}$$

kde *DP* je celková změna hybnosti, n_v je celkový počet elektronů, podílejících se na přenosu náboje v krystalu a *m** je efektivní hmotnost elektronu. S použitím vztahu pro proudovou hustotu vychází vztah:

$$\vec{j} = \frac{n_v \cdot e^2 \cdot t}{m^*} \cdot \vec{E} = g \cdot \vec{E} = \frac{1}{r} \cdot \vec{E}$$

z tohoto vztahu plyne existence měrné vodivosti γ či měrné konduktivity ρ látky. Vztah se nazývá ohmův zákon v diferenciálním tvaru. Konstanta τ je střední doba mezi srážkou elektronu s atomem (relaxační doba), závisí na amplitudě kmitání atomu – tedy na teplotě τ_m. Na četnost srážek elektronu s atomem mají vliv také nečistoty τ_n, zanesené v mřížce a různé defekty mřížky τ_d, takže platí:

$$t = \frac{1}{\frac{1}{t_m} + \frac{1}{t_n} + \frac{1}{t_d}}$$

Závislost měrného odporu na teplotě není lineární, pouze v jedné části ho lze na lineární zjednodušit. Lineární část je daná pro každou látku tzv. Debyovou teplotou. V lineární části závislosti platí vztah pro změnu měrného odporu dle teploty:

$$r = r_0 \cdot (1 + a\Delta t) \quad \Rightarrow \quad R = R_0 \cdot (1 + a\Delta t)$$

kde α je teplotní součinitel odporu, násobený rozdílem teploty, takže jeho jednotka je K^{-1}. Teplotní součinitel bývá uváděn ve fyzikálních tabulkách.

Postup měření

Po propojení měřeného předmětu s můstkem bylo do kádinky nalito asi 650g studené vody z vodovodní sítě. Do kádinky bylo přidáno míchadélko a kádinka byla postavena na plotýnku vařiče s elektromagnetickým míchačem. Dále byl do kádinky ponořen měřený předmět s teploměrem a bylo zapnuto a nastaveno asi na 300 ot/min míchání, aby se teplota měřeného předmětu rychleji srovnala s teplotou vody. Po promíchání byla odečtena první teplota a vyvážením můstku byl zjištěn příslušný odpor. Potom byla zapnuta plotýnka, přičemž byl neustále vyvažován můstek, aby byla hodnota odporu rychle k dispozici. Odečítání odporu bylo prováděno vždy když se teplota vody zvýšila o dva stupně nad předchozí teplotu. Stejný postup měření byl použit i pro platinu.

Naměřené údaje byly zlinearizovány metodou nejmenších čtverců a graficky znázorněny.

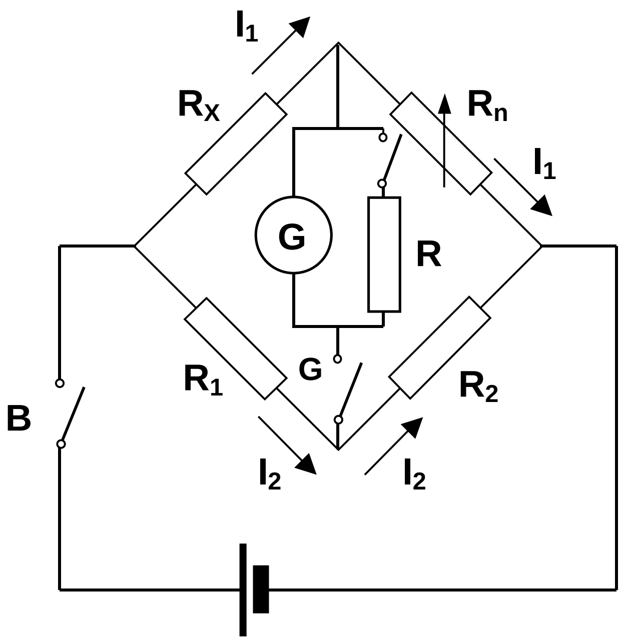
Wheatstonův můstek:
Můstky patří k jednoduchým a spolehlivým měřicím zapojením. Měření spočívá v porovnávání dvou napěťových úrovní, závisících na vzájemném poměru čtyř odporů (impedancí) z nichž jeden je měřený a minimálně jeden je přesně nastavitelný (např. odporová dekáda). Rozdíl napětí vyvolá vyrovnávací proud, tekoucí středem můstku přes galvanoměr. Nastavováním proměnlivého rezistoru se provádí vyvažování můstku, když je můstek vyvážen galvanoměrem neteče žádný proud a měřený odpor je možné určit vynásobením odporu dekády konstantou, která je dána poměrem zbylých dvou odporů:

$$R_x = R_n \cdot \frac{R_1}{R_2}$$

Wheatstonův můstek je patrně nejjednodušší zapojení sloužící k měření odporů. Napájecí napětí můstku se na výsledku neprojeví. Měřící můstek MLG metra obsahuje odporovou dekádu s možností nastavení řádu měřeného odporu. Odpor nastavený na dekádě odpovídá přímo měřenému odporu, vynásobeného nastaveným řádem.

Schéma měřicího zařízení

schéma Wheatstonova můstku:



Seznam použitých přístrojů a pomůcek

měřicí nástroje: Wheatstonův můstek MLG-METRA,
teploměr 0-100°C,

ostatní předměty: plotýnka s magnetickou míchačkou MM2A,
kádinka SIMAX 800 ml

měřený předmět: přípravek s měděným vodičem,
přípravek s platinovým vodičem

Tabulka naměřených a vypočtených hodnot

	Platina			Měď	
t [°C]	R [Ω]	R* [Ω]		R [Ω]	R* [Ω]
24	109,7	109,51		58,48	58,28
26	110,3	110,27		58,74	58,71
28	111,1	111,02		59,12	59,14
30	111,7	111,78		59,58	59,56
32	112,5	112,54		59,95	59,99
34	113,2	113,30		60,32	60,42
36	114,1	114,06		60,73	60,85
38	114,8	114,82		61,18	61,27
40	115,5	115,58		61,65	61,70
42	116,4	116,34		62,15	62,13
44	117,2	117,10		62,55	62,56
46	117,9	117,86		63,05	62,98
48	118,8	118,62		63,55	63,41
50	119,3	119,38		63,83	63,84
52	120	120,14		64,24	64,27
54	120,9	120,90		64,64	64,69
56	121,6	121,66		65,03	65,12
58	122,2	122,42		65,5	65,55
60	123,1	123,18		66,01	65,98
62	123,9	123,94		66,37	66,40
64	124,6	124,70		66,8	66,83
66	125,4	125,46		67,18	67,26
68	126,2	126,22		67,9	67,69
70	127	126,98		68,31	68,11
72	127,9	127,74		68,6	68,54
74	128,5	128,50		69,1	68,97
76	129,4	129,26		69,2	69,40
78	130,1	130,02		69,86	69,82
80	130,8	130,78		70,1	70,25

Příklad výpočtu, výpočet požadovaných výsledků

Přepočítání naměřených hodnot metodou nejmenších čtverců:

Při měření byla naměřena skupina hodnot *t* a *R*, vyjádřitelná jako *R=f(t)*. Tato závislost by měla být lineární, aby bylo možné jednoznačně určit teplotní koeficient α. Východiskem je rovnice přímky, parametry jsou určeny metodou nejmenších čtverců.

$$y = a \cdot x + b$$

$$a_{Cu} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \overline{x}\right) \cdot y_i}{\sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \overline{x}\right)^2} = \frac{3084{,}4}{8120} = 379 \cdot 10^{-3}$$

$$a_{Pt} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \overline{x}\right) \cdot y_i}{\sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \overline{x}\right)^2} = \frac{1735{,}3}{8120} = 213 \cdot 10^{-3}$$

$$b_{Cu} = \overline{y} - a \cdot \overline{x} = 120 - 379 \cdot 10^{-3} \cdot 52$$

$$b_{Pt} = \overline{y} - a \cdot \overline{x} = 120 - 213 \cdot 10^{-3} \cdot 53$$

Určení teplotního součinitele a**:**

Součinitel a je vyjádřen jako:

$$a_{Cu} = \frac{\frac{R}{R_0} - 1}{t - t_0} = \frac{1{,}19 - 1}{56} = 3{,}43 \cdot 10^{-3}\ K^{-1} \qquad a_{Pt} = \frac{\frac{R}{R_0} - 1}{t - t_0} = \frac{1{,}98 - 1}{56} = 3{,}66 \cdot 10^{-3}\ K^{-1}$$

Stanovení pravděpodobné chyby:

Pravděpodobná chyba určení parametru a a b - ϑ pro měď je vyjádřena jako:

$$J_{aCu} = \frac{2}{3} \cdot s_a = \frac{2}{3} \cdot \frac{s}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \overline{x}\right)^2}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{\frac{1}{n-2} \cdot \left(\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - b \cdot \sum_{i=1}^{n} y_i - a \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot y_i \right)}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \overline{x}\right)^2}} =$$

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{\frac{1}{26} \cdot \left(419756 - b \cdot 3484 - a \cdot 184257\right)}}{90{,}111} = \frac{2}{3} \cdot \frac{0{,}102}{90{,}11} = \underline{\underline{7{,}59 \cdot 10^{-3}}}$$

$$J_{bCu} = \frac{2}{3} \cdot s_a = \frac{2}{3} \cdot s \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\overline{x}^2}{\sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \overline{x}\right)^2}} = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{\frac{1}{n-2} \cdot \left(\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - b \cdot \sum_{i=1}^{n} y_i - a \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot y_i \right)} \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\overline{x}^2}{\sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \overline{x}\right)^2}} =$$

$$= \frac{2}{3} \cdot 0{,}102 \cdot \sqrt{\frac{1}{28} + \frac{2704}{8120}} = \underline{\underline{41{,}56 \cdot 10^{-3}}}$$

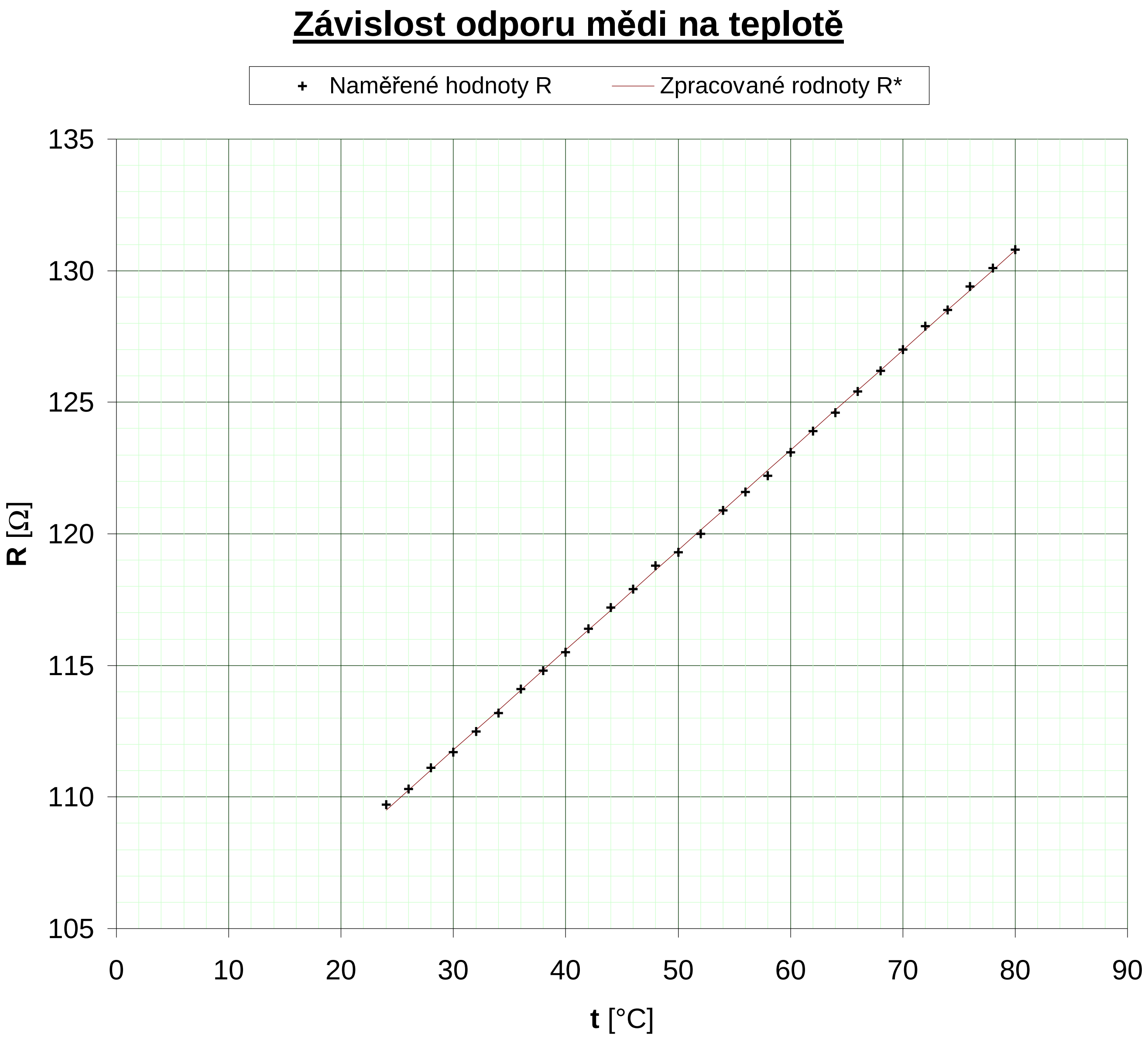
obdobně je chyba určení parametrů a a b určena pro platinu:

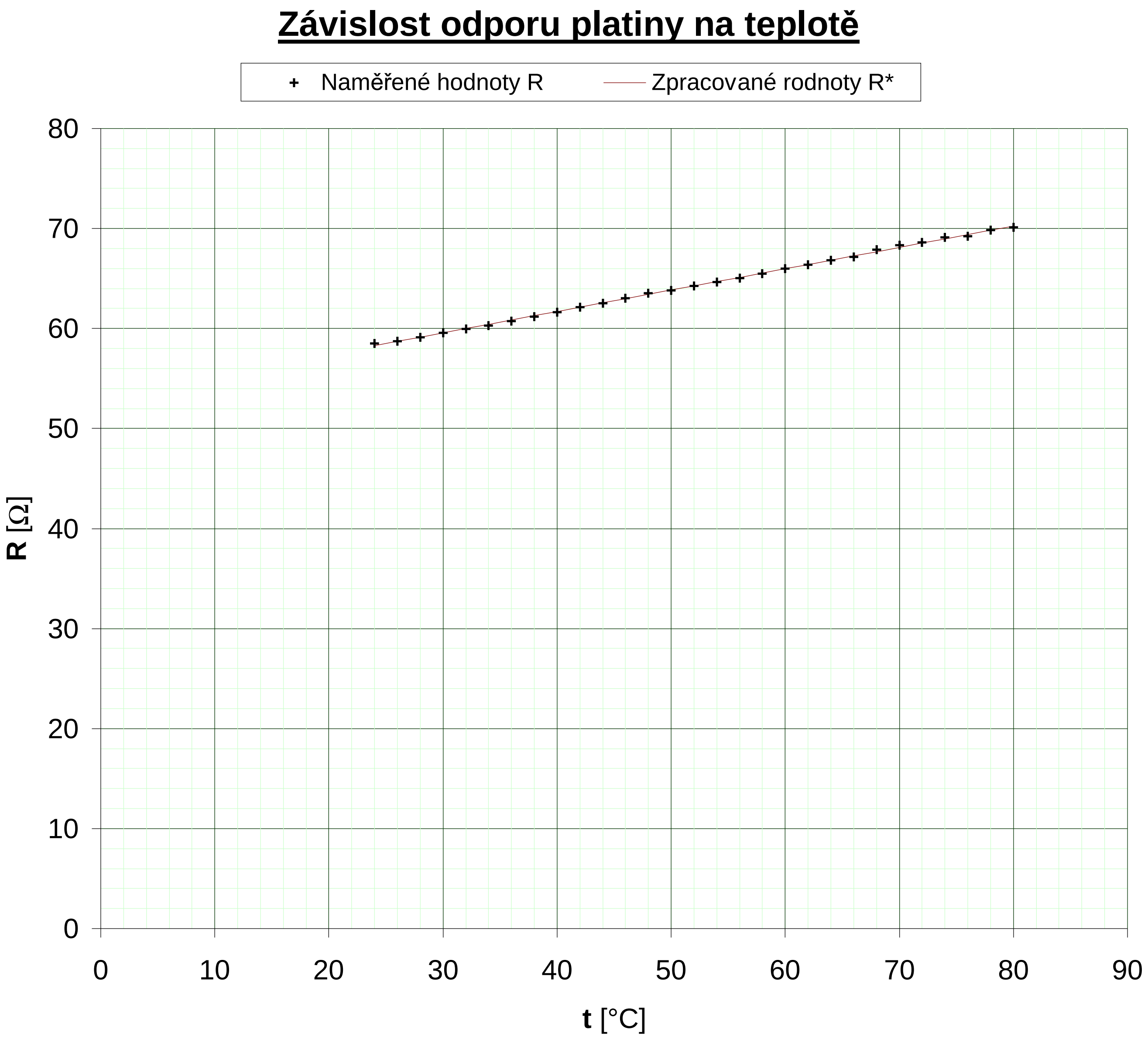
$$J_{aPt} = 7{,}85 \cdot 10^{-3}$$

$$J_{bPt} = 52{,}2 \cdot 10^{-3}$$

Grafické zpracování výsledků měření

Viz příloha 1 a 2.


Závislost odporu mědi na teplotě
Naměřené hodnoty R
Zpracované rodnoty R*
135
130
125
120
115
110
105
R [Ω]
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
t [°C]



Zhodnocení výsledků měření

Výsledek:

Teplotní součinitel mědi je a_{Cu} = **3,43.10^{-3} K^{-1}**, pro platinu je a_{Pt} = **3,66.10^{-3} K^{-1}**.

Kontrolní otázky:

Jaká je nutná podmínka k tomu, aby daná pevná látka vykazovala dobrou elektrickou vodivost

Aby pevná látka vykazovala dobrou elektrickou vodivost, musí její atomová struktura obsahovat volné elektrony. Dobré vodivé vlastnosti mají atomy s lichým počtem elektronů. Vodivost je tím lepší, čím je látka chemicky čistší, tzn. obsahuje minimum nečistot a příměsí. Elektrickou vodivost zmenšují poruchy v mřížce látky (kovů).

Jak se projeví nečistoty a defekty krystalu na jeho vodivost

Nečistoty a defekty snižují relaxační dobu elektronu, takže se projevují sníženou vodivostí.

Jaká je obecně závislost měrného odporu kovů na teplotě

Závislost měrného odporu kovů na teplotě není lineární v celém rozsahu, s rostoucí teplotou roste měrný odpor. V části závislosti, určené Debyovou teplotou lze charakteristiku považovat za lineární.